

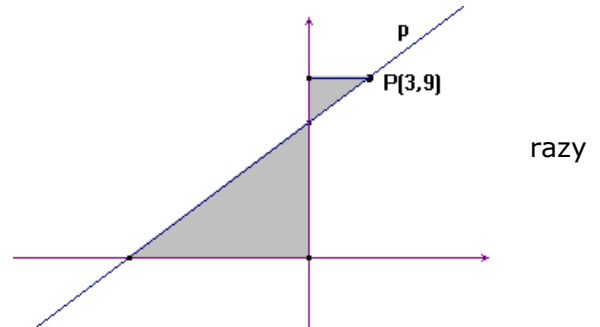
XVI SZKOLNY KONKURS MATEMATYCZNY
I ETAP
ZADANIA KWALIFIKACYJNE DLA KLAS TRZECIH

TERMIN ODDANIA ZADAŃ DO 23 PAŹDZIERNIKA 2017r.

Zadanie 1. (4p)

Przez punkt $P(3,9)$ przechodzi prosta p tak, że mniejszy trójkąt prostokątny (na rysunku obok), ma pole dziewięć mniejsze od większego trójkąta.

Jakie jest równanie prostej p ?



Zadanie 2. (4p.)

W trójkącie równoramiennym ramię jest dwa razy dłuższe od podstawy. Suma długości promieni okręgów wpisanego i opisanego na tym trójkącie jest równa 11. Oblicz obwód tego trójkąta.

Zadanie 3. (4p)

Uzasadnić, że dla dowolnych liczb a, b zachodzi nierówność $a^2 + b^2 + 1 \geq ab + a + b$.

Zadanie 4. (4p)

Wyznacz wszystkie dodatnie wartości parametru m , dla których równanie: $m^2 x^3 + mx^2 + x - 7m^2 x = 0$ ma trzy różne rozwiązania całkowite

Zadanie 5. (4p)

Dany jest taki trapez ABCD, że proste AD i BC są prostopadłe. Wykaż, że $AC^2 + BD^2 = AB^2 + CD^2$

Zadanie 6. (4p.)

Wiedząc, że α jest kątem ostrym i $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$.

Sprawdź, że liczby $\sin \alpha, \cos \alpha, \operatorname{tg} \alpha - \frac{14}{15}$ tworzą w podanej kolejności ciąg arytmetyczny

Zadanie 7. (4p)

Trójkąt ABC jest wpisany w okrąg o równaniu $x^2 + y^2 - 8x - 8y + 7 = 0$ tak, że jego wierzchołki A i B leżą na osi OX, bok AC jest 5 razy dłuższy od boku BC oraz kąt przy wierzchołku B jest rozwarty. Oblicz współrzędne wierzchołków tego trójkąta i jego pole, wiedząc, że $|OB| > |OA|$, gdzie O jest środkiem układu XOY

Zadanie 8. (4p)

Udowodnij, że punkt styczności okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny z przeciwprostokątną dzieli tę przeciwprostokątną na odcinki, których iloczyn jest równy polu tego trójkąta.

Powodzenia.