



**XVIII SZKOLNY KONKURS MATEMATYCZNY
I ETAP**

ZADANIA KWALIFIKACYJNE DLA KLAS TRZECIH

TERMIN ODDANIA ZADAŃ DO 29 PAŹDZIERNIKA 2019r.

Zadanie1.(0-3p)

Wykaż, że równanie $x^8 + x^2 = 2(x^4 + x - 1)$ ma tylko jedno rozwiązanie rzeczywiste $x = 1$.

Zadanie2. (0-4.)

W nieskończonym ciągu geometrycznym (a_n) dane są: $a_1=k, a_2=k-1$, gdzie $k > 1$. Suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa 5. Oblicz k .

Zadanie3.(0-4p)

Wykaż, że jeżeli $abc=1$ to, $\frac{1}{1+a^2b} + \frac{1}{1+bc^2}=1$

Zadanie 4.(0-5p)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $x^2 + (m+1)x - m^2 + 1 = 0$ ma dwa rozwiązania rzeczywiste x_1 i x_2 ($x_1 \neq x_2$), spełniające warunek $x_1^3 + x_2^3 > -7x_1x_2$.

Zadanie 5. (0-4p)

Wiedząc, że α jest kątem ostrym i $\operatorname{tg}\alpha = \frac{4}{3}$.

Sprawdź, że liczby $\sin\alpha, \cos\alpha, \operatorname{tg}\alpha - \frac{14}{15}$ tworzą w podanej kolejności ciąg arytmetyczny

Zadanie6. (0-5p) Punkty $A = (1, 1)$ i $B = (6, 2)$ są wierzchołkami trójkąta ABC . Wysokości trójkąta ABC przecinają się w punkcie $M = (3, 3)$. Oblicz pole tego trójkąta.

Zadanie 7. (0-3p) Udowodnij, że dla dowolnych różnych liczb rzeczywistych x, y prawdziwa jest nierówność $x^2y^2 + 2x^2 + 2y^2 - 8xy + 4 > 0$.

Zadanie8.(0-4p) Wyznacz wzór funkcji kwadratowej $f(x) = ax^2 + bx + c$, jeżeli wiadomo że ma dwa miejsca zerowe x_1, x_2 takie że $x_1 + x_2 = 12, x_1 \cdot x_2 = 16$ i $\log_a x_1 + \log_a x_2 = 4$

Powodzenia.