



XXIII SZKOLNY KONKURS MATEMATYCZNY

I ETAP

ZADANIA KWALIFIKACYJNE DLA KLAS CZWARTYCH

TERMIN ODDANIA ZADAŃ DO 8 listopada 2024r.

Zadanie 1. (0-3p)

Na trapezie równoramiennym ABCD, w którym trzy boki mają taką samą długość, opisano okrąg o promieniu r . Dłuższa podstawa trapezu ma długość $2r$. Udowodnij, że przekątna trapezu ma długość $r\sqrt{3}$.

Zadanie 2. (0-3p)

Wiadomo, że $a = \log_2 3$ i $b = \log_2 5$. Wykaż, że $\log_{45} 3 = \frac{a}{2a+b}$.

Zadanie 3. (0-4p)

Prosta $2x - y - 5 = 0$ przecina okrąg o środku $S(2, 4)$ w punktach A i B. Długość cięciwy AB wynosi $4\sqrt{5}$. Wyznacz równanie tego okręgu.

Zadanie 4. (0-3p)

Udowodnij, że dla dowolnych nieujemnych liczb rzeczywistych a i b prawdziwa jest nierówność $\frac{a^3 + b^3}{2} \geq \left(\frac{a+b}{2}\right)^3$.

Zadanie 5. (0-5p)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $x^2 - 4mx - m^3 + 6m^2 + m - 2 = 0$

ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1, x_2 takie, że $(x_1 - x_2)^2 < 8(m + 1)$.

POWODZENIA